UNIVERSIDAD DE LIMA
PROGRAMA DE ESTUDIOS GENERALES
ASIGNATURA: ÁLGEBRA LINEAL
CICLO: 2018-1 TIEMPO: 60 minutos

PRÁCTICA DE AULA 3

CÓDIGO	APELLIDOS Y NOMBRES	SECCIÓN

INDICACIONES:

- El procedimiento, el orden, la claridad de las respuestas y el uso apropiado de la notación matemática serán considerados como criterios de calificación.
- Escriba con lapicero de tinta azul o negra. La prueba desarrollada con lápiz no será calificada.
- La prueba consta de **3 preguntas**, cuyo puntaje está indicado en cada una de ellas.

Con la finalidad de evitar la anulación de la prueba tenga en cuenta que no se permite:

- Utilizar material de consulta (apuntes de clase, fotocopias o materiales similares).
- Usar teléfonos celulares, así como cualquier otro medio o dispositivo electrónico de comunicación.
- Conversar durante el desarrollo de la prueba.
- Desglosar, arrancar alguna de las hojas cuadriculadas o las del cuadernillo de respuestas.

---

1. (6 puntos) Sean los puntos $A(-2;1;3)$, $B(2;0;2)$ y $C(3;4;5)$, que pertenecen al plano Q.
   a) Determine la ecuación general del plano Q.
   b) ¿El punto $D(8;6;2)$ pertenece al plano Q?

2. (6 puntos) Sea la recta L que pasa por $A(-2;2;3)$ y es perpendicular a los vectores $\vec{u}=(2;1;2)$ y $\vec{v}=(3;-2;1)$, entonces;
   a) Determine la forma vectorial de la recta L.
   b) Determine la forma paramétrica de la recta L.
   c) Determine la forma simétrica de la recta L.

3. (8 puntos) Sea el plano Q: $x-y+2z+6=0$ y la recta

   $$L:\quad (x;y;z)=(3;2;-1)+r\,(1;2;-2)\;;\;\; r\in\mathbb{R}$$

   a) Determine el punto R de intersección de la recta L y el plano Q.
   b) Sea la recta $L_1:\ \frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{-k}=\frac{z-3}{6}$, donde $k\neq 0$. Determine el valor de k para que la recta L_1 sea perpendicular al plano Q.

Una Solución de la Practica de Aula 3

1. (6 puntos) Sean los puntos $A(-2;1;3)$, $B(2;0;2)$ y $C(3;4;5)$, que pertenecen al plano Q.
   a) Determine la ecuación general del plano Q.
   b) ¿El punto $D(8;6;2)$ pertenece al plano Q?

   Solución

   a) $\overrightarrow{AB} = (4;-1;-1)$ (1 punto)

   $\overrightarrow{AC} = (5;3;2)$ (1 punto)

   $$\vec{N} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 4 & -1 & -1 \\ 5 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$ (1 punto)

   $$\Rightarrow \vec{N} = \vec{\imath} - 13\,\vec{\jmath} + 17\,\vec{k} = (1;-13;17)$$ (1 punto)

   $$\Rightarrow\ Q:\quad x - 13y + 17z + D = 0$$

   Como $A \in Q \ \Rightarrow\ -2 - 13(1) + 17(3) + D = 0$

   $$\Rightarrow D = -36$$

   $$\Rightarrow\ Q:\quad x - 13y + 17z - 36 = 0$$ (1 punto)

   b) Las coordenadas de $D(8;6;2)$ no satisfacen la ecuación del plano Q:

   $$8 - 13(6) + 17(2) - 36 = -72\ \neq 0$$

   $\Rightarrow D \notin Q$ (1 punto)

2. (6 puntos) Sea la recta L que pasa por $A(-2;2;3)$ y es perpendicular a los vectores $\vec{u} = (2;1;2)$ y $\vec{v} = (3;-2;1)$, entonces;
   a) Determine la forma vectorial de la recta L.
   b) Determine la forma paramétrica de la recta L.
   c) Determine la forma simétrica de la recta L.

   Solución

   a) Como $L \perp \vec{u}$ y $L \perp \vec{v}$, tomamos el vector $\vec{p} = \vec{u} \times \vec{v}$ paralelo a la recta L:

   $$\vec{p} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$ (1 punto)

   $$\Rightarrow \vec{p} = 5\,\vec{\imath} + 4\,\vec{\jmath} - 7\,\vec{k} = (5;4;-7)$$ (1 punto)

   luego, la ecuación de la recta L en su forma vectorial:

   $$L:\quad (x;y;z) = (-2;2;3) + r\,(5;4;-7)\ ;\ \ r \in \mathbb{R}$$ (1 punto)

   b) La recta L en su forma paramétrica:

   $$L:\quad \begin{cases} x = -2 + 5r \\ y = 2 + 4r \\ z = 3 - 7r \end{cases} \quad ;\quad r \in \mathbb{R}$$ (1.5 puntos)

c) La recta L en su forma simétrica:

$$L: \quad \frac{x+2}{5} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{-7}$$ (1.5 puntos)

3. (8 puntos) Sea el plano Q: $x - y + 2z + 6 = 0$ y la recta

$$L: \quad (x; y; z) = (3; 2; -1) + r\,(1; 2; -2)\ ; \quad r \in \mathbb{R}$$

a) Determine el punto R de intersección de la recta L y el plano Q.

b) Sea la recta $L_1: \quad \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{-k} = \frac{z-3}{6}$, donde $k \neq 0$. Determine el valor de k para que la recta L_1 sea perpendicular al plano Q.

<u>Solución</u>

a) Cualquier punto $R(x; y; z)$ sobre la recta L es de la forma

$$\begin{cases} x = 3 + r \\ y = 2 + 2r \\ z = -1 - 2r \end{cases} ; \quad r \in \mathbb{R}$$ (1 punto)

Si R pertenece al plano Q , entonces satisface la ecuación del plano:

$(3 + r) - (2 + 2\,r) + 2\,(-1 - 2\,r) + 6 = 0$

$\Rightarrow\ 5 - 5r = 0 \ \Rightarrow\ r = 1$ (1 punto)

luego $\begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \\ z = -3 \end{cases}$ (1 punto)

Entonces el punto es de la forma $R(4; 4; -3) \in Q$ (1 punto)

b) Escribiendo la recta L_1 en su forma vectorial:

$L_1: \quad (x; y; z) = (-1; -2; 3) + s\,(3; -k; 6)\ ; \quad s \in \mathbb{R}$ (1 punto)

Como L_1 es perpendicular al plano Q, entonces

$\vec{u} = (3; -k; 6)\ //\ \vec{N} = (1; -1; 2)$ (1 punto)

Luego existe $t \in \mathbb{R}$, talque $(3; -k; 6) = t(1; -1; 2)$ (1punto)

entonces $\begin{cases} 3 = t \\ -k = -t \\ 6 = 2t \end{cases}$

de donde $t = 3$, entonces $k = 3$ (1 punto)