UNIVERSIDAD DE LIMA
PROGRAMA DE ESTUDIOS GENERALES
ASIGNATURA: ALGEBRA LINEAL   Tiempo: 90 minutos
CICLO: 2017-2

PRÁCTICA DE AULA N°4

CÓDIGO	APELLIDOS Y NOMBRES	SECCIÓN

INDICACIONES:

- El procedimiento, el orden, la claridad de las respuestas y el uso apropiado de la notación matemática serán considerados como criterio de calificación.
- Se permite el uso de una calculadora científica no programable ni gráfica.
- Escriba con lapicero de tinta azul o negra. La prueba desarrollada con lápiz no será calificada.
- La prueba consta de 5 preguntas, cuyo puntaje está indicado en cada una de ellas.

Con la finalidad de evitar la anulación de la prueba tenga en cuenta que no se permite:

- Utilizar material de consulta (apuntes de clase, fotocopias, o materiales similares).
- Compartir o intercambiar hojas, lapiceros, borradores, reglas o cualquier otro útil de escritorio.
- Usar teléfonos celulares u otro medio o dispositivo electrónico de comunicación.
- Establecer cualquier tipo de comunicación con otro alumno.
- Colocar estuches, carteras, bolsos o cualquier otro objeto similar encima de la carpeta.
- Desglosar, arrancar alguna de las hojas cuadriculadas o las del cuadernillo de respuestas

---

1) (4P) Dada las matrices $A=\begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 5 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$ y la matriz $C=\frac{1}{3}(A+B)$.

a) (1 P) Determine los elementos de la matriz C.
b) (3 P) Halle las matrices X e Y a partir del siguiente sistema de ecuaciones matriciales

$$\begin{cases} 2(X-B)+C=3A-Y \\ X+2A-B=3(Y+C) \end{cases}$$

2) (4P) Si la matriz $A=\left[a_{ij}\right]_{3x3}$ es simétrica y la matriz $B=\left[b_{ij}\right]_{3x3}$ es antisimétrica, donde los elementos de cada matriz se definen como

$a_{ij}=i-j, \forall\ i\geq j\ ,\ \ b_{ij}=2i-j, \forall\ i<j$.

a) (1 P) Halle los elementos de las matrices A y B
b) (3P) Resuelva la ecuación matricial para la matriz incógnita X, donde

$$(A^{-1}X^{-1})^{-1}-B^{t}=A+2B.$$

3) (4P) Las matrices $A=\begin{bmatrix}-1 & 3+a & 10\\ 4 & 1 & b-3\\ 5c & 1 & 2\end{bmatrix}_{3x3}$ y $B=\begin{bmatrix}2+d & 2e & 3f\\ -4 & 1-g & 2h\\ 0 & 4 & 3k\end{bmatrix}_{3x3}$ son simétrica y antisimétrica, respectivamente.

a) (1P) Calcule el valor de $M=a+b+d+g-3h$.

b) (1P) Halle las matrices A y B.

c) (2P) Determine la matriz $N=(A+A^t)B-A(B+B^t)-(B^tA^t)^t$.

4) (4P) Una agencia de pasajes aéreos tiene tres centros de ventas A, B y C, los cuales operan en el departamento de Lima. El centro de ventas A vendió 20 boletos de la conexión Lima-Tumbes, 40 Lima-Cuzco, 30 Lima-Arequipa y 45 Lima-Iquitos. El centro de ventas B vendió 30 boletos de la conexión Lima-Tumbes, 45 Lima-Cuzco, 40 Lima-Arequipa y 50 Lima-Iquitos. El centro de ventas C vendió 25 boletos de la conexión Lima-Tumbes, 45 Lima-Cuzco, 40 Lima-Arequipa y 60 Lima-Iquitos. Los costos de los pasajes son 70, 90, 80 y 70 dólares para las rutas Lima-Tumbes, Lima-Cuzco, Lima-Arequipa y Lima-Iquitos, respectivamente.

a) (1P) Construya una matriz de orden $3x4$, para indicar el número de boletos que vendieron los tres centros de venta A, B y C en sus cuatro conexiones.

b) (1P) Represente en una matriz de orden $4x1$, el precio de los pasajes,

c) (2P) Utilizando operaciones entre matrices, indique cuál de los centros de venta obtuvo el mayor ingreso.

5) (4P) Calcule el rango de matriz M según los distintos valores reales de los parámetros r y t .

$$M=\begin{bmatrix}1 & 0 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 4r+2 & 1\\ t & r & 7 & 3\\ 2 & r & 5 & 2\end{bmatrix}$$

<u>Una solución PA4</u>

<u>Solución1</u> (4P)

a) **(1P)** $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

b) **(1P)** $\begin{cases} 2X + Y = 3A + 2B - C \\ X - 3Y = 3C - 2A + B \end{cases}$ $\qquad$ $(\mathbf{1P})$ $\begin{cases} X = A + B \\ Y = A - B \end{cases}$

$(\mathbf{0,5P})$ $X = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 6 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & -3 \end{bmatrix}$ $\qquad$ $(\mathbf{0,5P})$ $Y = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

<u>Solución2</u> (4P)

a) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $(\mathbf{0,5P})$ $\qquad$ $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ $(\mathbf{0,5P})$

b) $(A^{-1}X^{-1})^{-1} - B^t = A + 2B$

$XA = A + 2B + B^t$ $(\mathbf{0.5}\boldsymbol{P}) \rightarrow X = A + B(\mathbf{0.5}\boldsymbol{P}) \rightarrow X = (A + B)A^{\mathbf{-1}}(\mathbf{0.5}\boldsymbol{P})$

$A^{-1} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & -4 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ $(\mathbf{0,5P}) \rightarrow X = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{2} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{3}{4} & \frac{3}{2} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}(\mathbf{1P})$

<u>Solución3</u> (4P)

a) (1P) Como $a = 1, b = 4, c = 2, d = -2, g = 1$ y $h = -2$
$M = 1 + 4 - 2 + 1 - 3(-2) = 10$

b) $A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 10 \\ 4 & 1 & 1 \\ 10 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ $(\mathbf{0,5P})$ $\qquad$ $B = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 0 \\ -4 & 0 & -4 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $(\mathbf{0,5P})$

c) $N = (A + A^t)B - A(B + B^t) - (B^tA^t)^t$

Pero $A^t = A,\ B = -B^t$ **(1P)** $\rightarrow N = 2AB - AB = AB(\mathbf{0,5P})$

$$N=\begin{bmatrix}-16 & 36 & -16\\ -4 & 20 & -4\\ -4 & 48 & -4\end{bmatrix}\ (\mathbf{1,5P})$$

Solución4 (4P)

a) $(\boldsymbol{1P})$ $$V=\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc}\text{LT} & \text{LC} & \text{LA} & \text{LI}\end{array}\\ \begin{array}{c}A\\B\\C\end{array} & \begin{bmatrix}20 & 40 & 30 & 45\\ 30 & 45 & 40 & 50\\ 25 & 45 & 40 & 60\end{bmatrix}\end{array}$$

b) $(\boldsymbol{1P})$ $$P=\begin{array}{c c} & \$\\ \begin{array}{c}LT\\LC\\LA\\LI\end{array} & \begin{bmatrix}70\\90\\80\\70\end{bmatrix}\end{array}$$

c) $(\boldsymbol{2P})$ $I=VP$ $$I=\begin{array}{c c} & \$\\ \begin{array}{c}A\\B\\C\end{array} & \begin{bmatrix}10550\\12850\\13200\end{bmatrix}\end{array}$$

Escriba aquí la ecuación.

Solución5 (4P)

1	0	2	1
1	1	4r+2	1
3	r	7	t
2	r	5	2

1	0	2	1
0	1	4r	0
0	r	1	t-3
0	r	1	0

1	0	2	1
0	1	4r	0
0	0	$1-4r^2$	t-3
0	0	$1-4r^2$	0

1	0	2	1
0	1	4r	0
0	0	$1-4r^2$	t-3
0	0	0	3-t

(2P)

$R(M)=4 \leftrightarrow t\neq 3\ \ y\ \ r\neq \pm\frac{1}{2}$ (1P)

$R(M)=3 \leftrightarrow t=3\ \ y\ \ r\neq \pm\frac{1}{2}$ (1P)