UNIVERSIDAD DE LIMA
PROGRAMA DE ESTUDIOS GENERALES
ASIGNATURA: ALGEBRA LINEAL Tiempo: 90 minutos
CICLO: 2017-2

PRÁCTICA DE REZAGADO N°4

CÓDIGO	APELLIDOS Y NOMBRES	SECCIÓN

INDICACIONES:

- El procedimiento, el orden, la claridad de las respuestas y el uso apropiado de la notación matemática serán considerados como criterio de calificación.
- Se permite el uso de una calculadora científica no programable ni gráfica.
- Escriba con lapicero de tinta azul o negra. La prueba desarrollada con lápiz no será calificada.
- La prueba consta de 5 preguntas, cuyo puntaje está indicado en cada una de ellas.

Con la finalidad de evitar la anulación de la prueba tenga en cuenta que no se permite:

- Utilizar material de consulta (apuntes de clase, fotocopias, o materiales similares).
- Compartir o intercambiar hojas, lapiceros, borradores, reglas o cualquier otro útil de escritorio.
- Usar teléfonos celulares u otro medio o dispositivo electrónico de comunicación.
- Establecer cualquier tipo de comunicación con otro alumno.
- Colocar estuches, carteras, bolsos o cualquier otro objeto similar encima de la carpeta.
- Desglosar, arrancar alguna de las hojas cuadriculadas o las del cuadernillo de respuestas

---

1) (4P) Dada las matrices $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 6 \\ 3 & 9 & 0 \\ -12 & 0 & 15 \end{bmatrix}$ y $C = A^2$.

a) (1 P) Determine los elementos de la matriz C.

b) (3 P) Halle las matrices X e Y a partir del siguiente sistema de ecuaciones matriciales.

$$\begin{cases} 3(X - A) - C = Y - 2B \\ 3(X - A) = 2B - 3(Y + C) \end{cases}$$

2) (4P) Si la matriz $A = [a_{ij}]_{3x3}$ es simétrica y la matriz $B = [b_{ij}]_{3x3}$ es antisimétrica, donde los elementos de cada matriz se definen como

$a_{ij} = (i - j)^2$, tal que $i \leq j$, $b_{ij} = 2 + sen\left[\frac{\pi}{2}(i + j)\right]$, tal que $i > j$.

a) (1 P) Halle los elementos de las matrices A y B

b) (3P) Resuelva la ecuación matricial para la matriz incógnita X, donde

$$(A^{-1}X^{-1})^{-1} - (A + B^t)^t = A - B^t.$$

3) (4P) Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}_{3x3}$.

a) (2P) Determine una matriz triangular inferior B de manera que $B^t B = A$ (considere que todos los elementos distintos de cero de la matriz B son positivos)

b) (2P) Determine la matriz $N = (A + A^t)B - A(B + B^t) - (B^t A^t)^t + A^t B^t$.

4) (4P) Una empresa fabrica tres tipos de golosinas usando dos principales ingredientes azúcar y leche. La empresa fabrica sus productos en los distritos de Ate, Santa Anita y San Juan de Miraflores.

a) (1P) Por cada kilo de las golosinas del tipo I, se requiere 0,5 Kg de azúcar y 0,3 kg de leche, de las golosinas del tipo II se necesitan 0.4 Kg de azúcar y 0,4 kg de leche, y de las golosinas del tipo III, 0.5 Kg de azúcar y 0,3 kg de leche. Distribuya esta información en una matriz de orden $2x3$.

b) (1P) En el distrito de Ate el costo de un kilo de azúcar y leche es 4 y3 soles respectivamente. En el distrito de Santa Anita el costo de un kilo de azúcar y leche es 3 y 4 soles respectivamente. En el distrito de San Juan de Miraflores el costo de un kilo de azúcar y leche es 2 y 4 soles respectivamente. Distribuya esta información en una matriz de orden $3x2$.

c) (2P) Multiplicando las matrices de los incisos a) y b), obtenga otra matriz que represente el costo por producir los tres tipos de golosinas en cada distrito.

5) (4P) Calcule el rango de matriz M según los distintos valores reales de los parámetros r y t .

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 4r+2 & 1 \\ r & 3 & 7 & t \\ r & 2 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

Una solución PA4

Solución1 (4P)

a) **(1P)** $C = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

b) **(1P)** $\begin{cases} 3X - Y = 3A - 2B + C \\ 3X + 3Y = 3A + 2B - 3C \end{cases}$ $\quad$ **(1P)** $\begin{cases} X = A - \frac{B}{3} \\ Y = B - C \end{cases}$

$(\mathbf{0,5P})\ X = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & -3 & -1 \\ 5 & 1 & -5 \end{bmatrix}$ $\quad$ $(\mathbf{0,5P})\ Y = \begin{bmatrix} -1 & -5 & 6 \\ 2 & 8 & -2 \\ -15 & -1 & 15 \end{bmatrix}$

Solución2 (4P)

a) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $(\mathbf{0,5P})$ $\quad$ $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -3 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ $(\mathbf{0,5P})$

b) $(A^{-1}X^{-1})^{-1} - (A + B^t)^t = A - B^t$

$XA - A^t - B = A - B^t$ $(\mathbf{0.5}\boldsymbol{P}) \rightarrow XA = 2A + 2B(\mathbf{0.5}\boldsymbol{P})$

$X = 2I + 2BA^{-\mathbf{1}}(\mathbf{0.5}\boldsymbol{P})$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{8} & \frac{1}{2} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{2} & -2 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{8} \end{bmatrix} (\mathbf{0,5P}) \rightarrow 2I + 2BA^{-\mathbf{1}} = 2\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 1 & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \\ \frac{5}{4} & -5 & \frac{11}{4} \end{bmatrix} (\mathbf{1P})$$

Solución3 (4P)

a) (2P)

$$B^tB = \begin{bmatrix} a & x & y \\ 0 & b & z \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ x & b & 0 \\ y & z & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}(1\mathrm{P})$$

$$\mathrm{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}(1\mathrm{P})$$

b) Como la matriz A es simétrica $A = A^t$ (0,5P)
$N = (A + A^t)B - A(B + B^t) - (B^tA^t)^t + A^tB^t$.
$N = (2A)B - AB - AB^t - AB + A^tB^t(1\mathrm{P})$

$N = [0]$(0,5P)

Solución4 (4P)

a) $(\mathbf{1P})$ $A = \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} \mathrm{I} & \mathrm{II} & \mathrm{III} \end{array} \\ \begin{array}{c} Azucar \\ Leche \end{array} & \begin{bmatrix} 0.5 & 0.4 & 0.5 \\ 0.3 & 0.4 & 0.3 \end{bmatrix} \end{array}$

b) $(\mathbf{1P})$ $B = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} Az & Le \end{array} \\ \begin{array}{c} Ate \\ SA \\ SJL \end{array} & \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \end{array}$

c) $(\mathbf{2P})$ $C = AB$ C= $\begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} Az & Le \end{array} \\ \begin{array}{c} Ate \\ SA \\ SJL \end{array} & \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} I & II & III \end{array} \\ \begin{array}{c} Azucar \\ Leche \end{array} & \begin{bmatrix} 0.5 & 0.4 & 0.5 \\ 0.3 & 0.4 & 0.3 \end{bmatrix} \end{array}$

C= $\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} I & II & III \end{array} \\ \begin{array}{c} Ate \\ SA \\ SJL \end{array} & \begin{bmatrix} 2{,}9 & 2{,}8 & 2{,}9 \\ 2{,}7 & 2{,}8 & 2{,}7 \\ 2{,}2 & 2{,}4 & 2{,}2 \end{bmatrix} \end{array}$

Solución5 (4P)

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 4r+2 & 1 \\ r & 3 & 7 & t \\ r & 2 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

1	0	2	1
1	1	4r+2	1
3	r	7	t
2	r	5	2

1	0	2	1
0	1	4r	0
0	r	1	t-3
0	r	1	0

1	0	2	1
0	1	4r	0
0	0	$1-4r^2$	t-3
0	0	$1-4r^2$	0

1	0	2	1
0	1	4r	0
0	0	$1-4r^2$	t-3
0	0	0	3-t

(2P)

Por tres respuestas correctas 2 puntos.

Por dos respuestas correctas 1 punto

Por una respuesta correctas 0,5 puntos.

$R(M) = 4 \leftrightarrow t \neq 3 \;\; y \;\; r \neq \pm\frac{1}{2}$

$R(M) = 3 \leftrightarrow t = 3 \;\; y \;\; r \neq \pm\frac{1}{2}$

$$R(M) = 2 \leftrightarrow t = 3 \quad y \quad r = \pm\frac{1}{2}$$